Е. А. Соколова
СКГМИ (ГТУ), г. Владикавказ

К ПРОБЛЕМЕ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ КОМПРЕССИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

В статье рассмотрен вопрос о выявлении факторов и закономерностей компрессии изображений и разработке способа и методики повышения эффективности сжатия с применением вариабельных фрагментов.

1. Постановка задачи

Признанным и широко используемым стандартом компрессии и хранения стационарных изображений в компьютере является jpeg [3], который, однако, обладает, как минимум, двумя существенными недостатками — он сравнительно плохо сжимает:

· изображения, содержащие симметричные компоненты;

· изображения, содержащие сравнительно большие однотонные участки.

Целью настоящего исследования явилась разработка метода компрессии изображений в компьютере [1], который бы оказался более эффективным применительно к перечисленным классам изображений, чем jpeg. При этом используются следующие обозначения, определения и допущения.

2. Обозначения, определения и допущения, принятые в работе

V — объем памяти, требуемой для хранения сжатого изображения.

W — число пикселей, принадлежащих каждому квадратному фрагменту изображения, на которые можно его разделить.

R(i,j) — интенсивность красного цвета i-го пикселя j-го фрагмента изображения.

G(i,j) — интенсивность зеленого цвета i-го пикселя j-го фрагмента изображения.

B(i,j) — интенсивность голубого цвета i-го пикселя j-го фрагмента изображения.

G(X,U) — ориентированный граф, у которого вершины которого соответствуют фрагментам изображения и существует дуга (i,j) множества U, если i-й фрагмент можно с помощью заданного множества процедур преобразовать в j-й с заданной точностью ε [4].

$X_1 \in X$— подмножество вершин множества X, соответствующих тем фрагментам изображения, на основании которых могут быть восстановлены другие фрагменты, которым отвечают вершины подмножества $X \setminus X_1$.

$X_1' \in X_1$— подмножество вершин множества X_1, соответствующих тем фрагментам изображения, которые выбраны для восстановления всех фрагментов, отвечающих вершинам подмножества $X \setminus (X_1' \cup X_2')$.

$X_2 \in X$ — подмножество терминальных вершин множества X, соответствующих тем фрагментам изображения, на основании которых не могут быть восстановлены никакие фрагменты [1].

$X_2' \in X_2$ — подмножество вершин множества X_2, в которые не заходят дуги множества U, определяющие выбранную стратегию компрессии.

$L^h(i,k)$ — h-й путь на G(X,U), идущий из $x_i \in X \setminus X_2$ в $x_k \in X \setminus X_2'$.

η — степень компрессии изображения.

μ — допустимое отклонение в цветопередаче одного пикселя, если i-й пиксель j-го фрагмента и ρ-й пиксель k-го фрагмента изображения.

Y(j,k) — множество несовпадающих одноименных пикселей j-го и k-го фрагментов изображения.

k_1 — объем памяти для хранения одного пикселя.

k_2 — объем памяти для хранения одной дуги.

t_1 — время компрессии изображения.

ε — допустимый процент числа несовпадающих пикселей, при котором фрагменты изображения считаются совпадающими, если справедливо неравенство:

$$\frac{|Y(j,k)|}{W} \le \varepsilon, \tag{1}$$

Ниже используются следующие допущения:

· любое изображение можно разделить на конечное и целое число квадратных фрагментов;

· определено множество функций φ преобразования фрагментов, например: поворот на 90°, 180°, 270°, зеркальное отображение с поворотом на 0°, 90°, 180°, 270°, инверсия интенсивности цвета каждого пикселя и т. п. [4]

3. Методика оптимальной компрессии изображений вариабельными фрагментами

В основе развиваемого ниже подхода лежит следующий алгоритм:

Алгоритм 1

Шаг 1. Величине V присваивается бесконечно большое значение [2].

Шаг 2. Выбирается новый, ранее не рассматривавшийся размер квадратного фрагмента, на который можно разделить изображение. Если таковых нет, то перейти к шагу 8, в противном случае — к шагу 3.

Шаг 3. Изображение делится на квадратные фрагменты, размер которых определен на предыдущем шаге, после чего все фрагменты сравниваются друг с другом, причем в ходе сравнения один из фрагментов, «базовый», подвергается различным преобразованиям, определяемым множеством φ. Если в ходе сравнений некоторый j-й фрагмент с заданной точностью ε совпадает с одной из модификаций k-го базового фрагмента, т.е. $\frac{|Y(j,k)|}{W} \le \varepsilon$, то это означает, что он может быть заменен соответствующей модификацией базового фрагмента. Если же выбранный фрагмент не совпадает с заданной точностью ни с одной из модификаций базовых фрагментов, то он сам становится одним из них [2].

Шаг 4. На множестве базовых фрагментов выбирается минимальное подмножество, позволяющее восстановить исходное изображение с заданной точностью. Для этого решается оптимизационная задача, которая в графовой интерпретации называется задачей о минимальном покрытии: на множестве вершин X графа G(X,U) соседства фрагментов изображения требуется выделить минимальное подмножество покрывающих вершин $X_1' \in X_1$, таких, что:

· из них достижимы все остальные вершины множества $X \setminus (X_1' \cup X_2')$ по дугам множества U, т.е. справедливо условие:

$$\cdot \; |X_1' \cup X_2'| \to min. \tag{2}$$

Учитывая, что для любого конкретного графа G(X,U) мощность $|X_2'| = const.$, формальная постановка этой задачи как экстремальной задачи с булевыми переменными имеет вид:

$$\begin{cases} F_1 = |X_2'| + \sum\limits_{x_j \in X_1'} signum \sum\limits_{x_k \in X \setminus (X_1' \cup X_2')} z(j,k) \to \min; \\ \forall x_k \in X \setminus (X_1' \cup X_2') : \sum\limits_{x_j \in X_1'} z(j,k) \ge 1; \\ \forall (j,k) \in U \; : z(i,\; j) = 1{,}0. \end{cases} \tag{3}$$

Одновременно создается массив позиций, в котором хранятся номера совпавших фрагментов, и массив функций, являвшихся компонентами множества φ, использовавшихся при модификации каждого выбранного базового фрагмента. Суммарный объем памяти, требуемой для хранения минимального подмножества базовых фрагментов, массива позиций и массива функций, обозначается Q [1].

Шаг 5. Если Q < V, то перейти к следующему шагу, в противном случае — к шагу 2.

Шаг 6. Величине V присвоить значение, равное Q.

Шаг 7. В памяти сохраняется новое минимальное подмножество базовых фрагментов, а ранее хранившееся уничтожается. Перейти к шагу 2.

Шаг 8. Конец алгоритма.

Увеличить степень компрессии изображения алгоритмом 1 можно, заменив модель оптимизации, использующую систему (3), следующей:

$$\begin{cases} F_2 = \left|X_2'\right| + \sum\limits_{x_j \in X_1'} signum \sum\limits_{x_k \in X \setminus (X_1' \bigcup X_2')} z(j,k) \to \min; \\ \forall x_k \in X \setminus (X_1' \bigcup X_2'): \sum\limits_{x_j \in X_1'} \sum\limits_{h} \prod\limits_{(p,d) \in L^h(j,k)} z(p,d) \ge 1; \\ \forall (j,k) \in U: z(i,j) = 1,0. \end{cases} \tag{4}$$

Связь между системами (3) и (4) определяется теоремой:

Поскольку целевые функции систем (3) и (4) совпадают, для доказательства теоремы достаточно показать, что оптимальное решение (3) является допустимым решением системы (4). Допустим, что это не так, т. е. существует хотя бы одна вершина $x_k \in X \setminus (X_1' \cup X_2')$, такая, что справедливо:

$$\begin{cases} \sum\limits_{x_j \in X_1'} z(j,k) \ge 1; & (5) \\ \sum\limits_{x_j \in X_1'} \sum\limits_{h} \prod\limits_{(p,d) \in L^h(j,k)} z(p,d) = 0. & (6) \end{cases}$$

Очевидна противоречивость полученной системы (5)—(6): неравенство свидетельствует о наличии не менее одной выбранной дуги, идущей из одной из вершин подмножества $X_1' \in X_1$ в вершину $x_k \in X \setminus (X_1' \cup X_2')$, в то время как равенство говорит об отсутствии пути, состоящего из выбранных дуг, ведущего из одной из вершин подмножества X_1' в вершину $x_k \in X \setminus (X_1' \cup X_2')$. Но любая дуга, удовлетворяющая (5), является путем такого рода, следовательно, сделанное допущение неверно. Теорема доказана.

Система (4) позволяет выбирать минимальное подмножество фрагментов, необходимое для сжатия и последующего построения изображения на основе выбранных (базовых) фрагментов. Однако при данной постановке задачи не учитывается цвет каждого пикселя в выбранном и сравниваемом фрагментах, а также количество совпавших пикселей в фрагменте.

Дополним систему (4) необходимыми ограничениями для учета погрешностей (7):

$$\begin{cases} F_2 = \left|X_2'\right| + \sum\limits_{x_j \in X_1'} signum \sum\limits_{x_k \in X \setminus (X_1' \bigcup X_2')} z(j,k) \to \min; \\ \forall x_k \in X \setminus (X_1' \bigcup X_2'), \sum\limits_{J}^{W} \dfrac{\left|Y(j,k)\right|}{W} \le \varepsilon: \sum\limits_{x_j \in X_1'} \sum\limits_{h} \prod\limits_{(p,d) \in L^h(j,k)} z(p,d) \ge 1; \\ \forall i \in Y(j,k): \\ \sqrt{[R(i,j) - R(i,k)]^2 + [G(i,j) - G(i,k)]^2 + [B(i,j) - B(i,k)]^2} \ge \sqrt{\dfrac{\varepsilon_1 * W^2 * 3}{100}}, \\ \forall (j,k) \in U: z(i,j) = 1,0 \end{cases} \tag{7}$$

4. Заключение

Значимость полученных результатов состоит в выявлении факторов и закономерностей компрессии изображений и способов повышения ее эффективности с использованием методов фрагментной градации.

Разработанные и предложенные способы и методики алгоритмов компрессии и декомпрессии статичных изображений обеспечивают получение стабильных результатов, а также могут повысить эффективность сжатия по сравнению с известными программными продуктами [3].

Технико-экономическая эффективность предложенных методик и рекомендаций заключается в сокращении объема информационных файлов при их передаче и хранении благодаря увеличенной эффективности алгоритма компрессии.

Учитывая, что созданный аппарат сжатия изображений позволяет хранить и передавать информационные данные не только гражданского, но и стратегического значения, технико-экономическую эффективность работы трудно недооценить.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гроппен В. О., Соколова Е. А.* Разработка сжатия изображения методом вариабельных фрагментов, Научный потенциал студенчества — будущему России // Материалы Всероссийской научной студенческой конференции. Ставрополь: СевКавГТУ, 2006. С. 212.

2. *Соколова Е. А., Гроппен В. О., Проскурин А. Е.* Программа компрессии изображений // Официальный сборник Роспатента. Программы для ЭВМ. Базы данных. Топологии. № 2 (59). Ч. 1. С. 138. № 2007610600.

3. *Соколова Е. А.* Анализ алгоритмов сжатия и оценка их эффективности // Материалы 6-й международной конференции «Инновационные технологии для устойчивого развития горных территорий», 28—30 мая 2007. Владикавказ, 2007. С. 710—712.

4. *Соколова Е. А.* Математическая модель компрессии статичных изображений вариабельными фрагментами с учетом погрешностей. Деп. в ВИНИТИ 19.07.07. № 748-В2007. Указатель № 9. — 12 с.