

---

С. В. Запечников (к. т. н., доцент)  
Московский инженерно-физический институт (государственный университет)

## КОНТРОЛЬ ЦЕЛОСТНОСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ ПРИ РАСПРЕДЕЛЕННОМ ХРАНЕНИИ ДАННЫХ

*Представлены основные результаты исследования, направленного на решение задачи контроля целостности информационных массивов, подвергаемых биективным преобразованиям, при распределенном способе их хранения в компьютерной системе. Разработаны алгоритмы формирования проверочных кодов преобразованного массива и контроля по ним целостности исходного массива. Алгоритмы реализуют два способа контроля: полный и вероятностный.*

### Введение

Развитие методов и технических средств распределенного хранения и обработки данных открывает широкие возможности для применения распределенного хранения информационных ресурсов в различных сферах информационных технологий. Организация распределенного хранения информационных ресурсов позволяет решать разнообразные системотехнические и прикладные задачи. В качестве примеров назовем те из них, которые напрямую связаны с задачами обеспечения информационной безопасности:

- повышение живучести распределенных компьютерных систем (РКС) в части устойчивости к утрате пользовательской и системной информации в случае разрушения части аппаратно-программных средств РКС;
- обеспечение требуемых показателей достоверности и сохранности информации в базах данных и системах сетевого хранения данных;
- построение криптосистем, стойких к компрометации, разрушению или утрате ключей, как секретных, так и открытых, за счет применения схем разделения секрета, распределенного хранения репозитория сертификатов, идентификационной информации и других видов ключевого материала.

Под информационным ресурсом в настоящей работе понимается информационный массив произвольной, но конечной длины, который может содержать информацию любого типа: базу данных, файлы, программный код и т. д. В самом общем виде распределенное хранение информационного массива реализует принцип введения избыточности и аналитических зависимостей между блоками данных, которые сохраняются на носителях устройств хранения данных (УХД) и представляют образ информационного массива. Исходный массив является по отношению к ним преобразованием.

### 1. Задача контроля целостности информационных ресурсов при распределенном хранении данных

Сформулируем задачу контроля целостности информационного ресурса. Преобразование информационного ресурса при распределенном способе его хранения можно представить следующим образом. Пусть  $F$  — исходный массив. Обозначим через  $A$  алгоритм прямого преобразования массива, выполняемый при сохранении его в РКС, через  $A^{-1}$  — обратный алгоритм, выполняемый при восстановлении массива. Алгоритмы  $A$  и  $A^{-1}$  обязательно должны осуществлять биективное преобразование массива. Примером таких преобразований с доказанным свойством биективности являются алгоритмы безопасного размещения данных в РКС, ранее предложенные автором настоящей работы [1]. Если длина массива значительна, он может разбиваться на последовательность фрагментов  $\{F[1], F[2], \dots, F[s]\}$ , каждый из которых обрабатывается РКС за одно обращение к алгоритмам  $A$  и  $A^{-1}$ . Если его длина невелика, то такой массив считается состоящим из единственного фрагмента.

Запишем уравнение прямого преобразования:

$$\vec{W}[m] = A(\vec{V}[m]),$$

и уравнение обратного преобразования:

$$\vec{V}[m] = A^{-1}(\vec{W}[m]).$$



Здесь  $\vec{V}[m] = (V_m, \dots, V_{m+k})$  – последовательность блоков исходного фрагмента  $F[j]$ ,  $j \in \{1, \dots, s\}$ , которая преобразуется в одну серию блоков  $\vec{W}[m] = (W_{I_1}[m], \dots, W_{I_n}[m])$  размещаемых на носителях УХД, за одно обращение к алгоритму, а  $m = \overline{1, s}$ .

Таким образом, после преобразования фрагмента массива  $F[j]$ ,  $m = \overline{1, s}$  получаются последовательности блоков данных  $\{(W_{I_1}[1], W_{I_1}[2], \dots, W_{I_1}[s]), \{(W_{I_2}[1], W_{I_2}[2], \dots, W_{I_2}[s]), \dots, \{(W_{I_n}[1], W_{I_n}[2], \dots, W_{I_n}[s])\}$ , размещенные на узлах РКС с идентификаторами  $I_1, I_2, \dots, I_n$  соответственно. Требуется проверить тот факт, что из этих последовательностей блоков по алгоритму  $A^{-1}$  можно в точности восстановить исходный массив.

## 2. Формирование проверочных кодов массива

Пусть при выполнении алгоритма  $A$  для каждого полученного фрагмента с целью контроля его целостности вычисляется по некоторому алгоритму контрольный код  $C(W_X[r])$ , где  $X = I_1, I_2, \dots, I_n$ ,  $r = \overline{1, s}$ . В качестве контрольных кодов могут применяться различные виды кодов, обнаруживающих и исправляющих ошибки, а также хэш-коды, вычисленные с помощью криптографических хэш-функций. В результате преобразования фрагмента массива получается совокупность блоков данных и их контрольных кодов, показанная на рис. 1. Для формирования проверочных кодов блоков данных, распределенных по узлам РКС, и их последующей проверки предлагается использовать следующие алгоритмы.

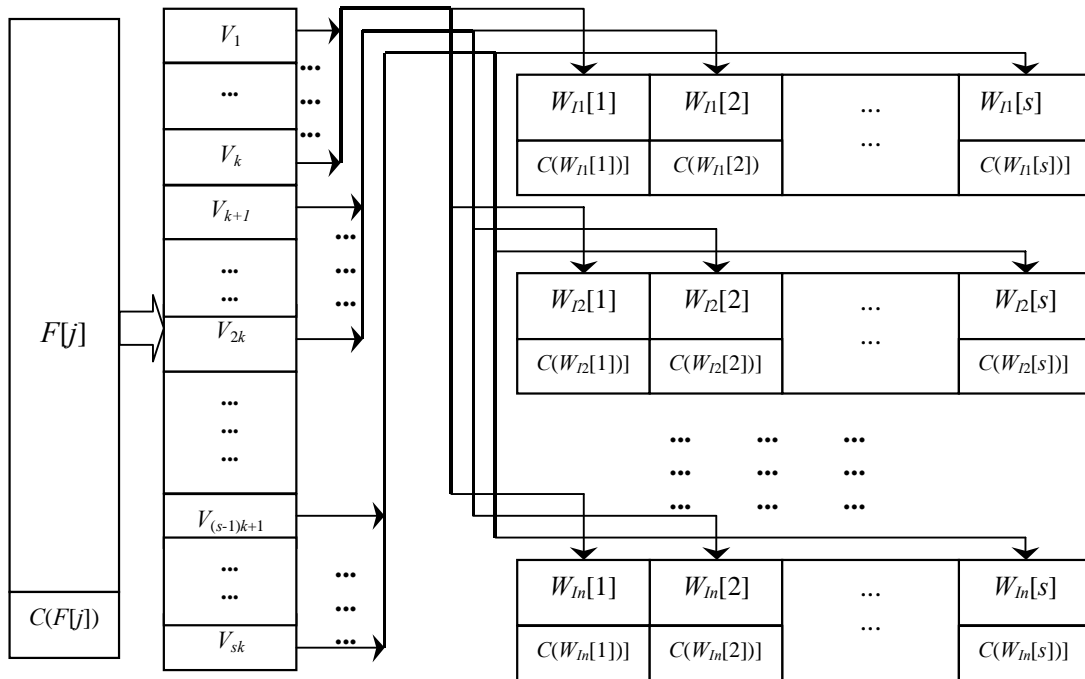


Рис. 1. Схема размещения блоков данных преобразованного массива по узлам РКС

**Алгоритм 1** (формирование проверочных кодов совокупности размещенных на узлах РКС блоков данных)

1. Интерпретируем каждое значение контрольных кодов блоков данных  $C(W_X[r])$ , где  $X = I_1, I_2, \dots, I_n$ ,  $r = \overline{1, s}$  как элемент поля  $GF(2^m)$ , где  $m$  – длина  $C(W_X[r])$  в битах.

2. Для кодирования каждой совокупности контрольных кодов  $\{C(W_{I_1}[r]), C(W_{I_2}[r]), \dots, C(W_{I_n}[r])\}$ ,  $r = \overline{1, s}$ , применим  $(n, 2t)$  – код Рида – Соломона [2. С. 273–275], где  $t$  – задаваемое наперед предельно допустимое количество утрат узлов РКС, при котором должна сохраняться аутентичность фрагмента массива  $F[j]$ . Обозначим полученное кодовое слово через

$$J[r] = RS(C(W_{I_1}[r]), C(W_{I_2}[r]), \dots, C(W_{I_n}[r])).$$



3. Сохраним кодовое слово  $J[r]$  на каждом из узлов РКС с идентификатором  $X \in \{I_1, I_2, \dots, I_n\}$  вместе с блоком  $W_X[r]$  и контрольным кодом  $C(W_X[r])$ .

*Конец алгоритма.*

Если выбран систематический код Рида — Соломона, то на каждом из узлов РКС достаточно сохранить только проверочные разряды кодового слова  $J[r]$ . Тогда объем данных, сохраняемых на каждом из узлов, равен  $V_1 = s \cdot \left( |W_X[r]| + |C(W_X[r])| + \left\lceil \frac{n}{n-2t} \right\rceil \cdot |C(W_X[r])| \right)$  бит. Если код несистематический, то кодовые слова необходимо сохранять целиком, и тогда объем сохраняемых на каждом узле данных составит  $V_1 = s \cdot \left( |W_X[r]| + \left( n + \left\lceil \frac{n}{n-2t} \right\rceil \right) \cdot |C(W_X[r])| \right)$  бит.

Если дополнительно к обеспечению целостности требуется подтверждение подлинности сохраняемого в РКС информационного ресурса, то всем узлам РКС необходимо выдать доли секретного ключа схемы электронной цифровой подписи (ЭЦП), распределенного с помощью любой  $(t, n)$ -пороговой схемы разделения секрета:  $sk \xrightarrow{(t,n)} (sk_1, \dots, sk_n)$ , и добавить к алгоритму 1 следующий дополнительный шаг: все узлы с идентификаторами  $I_1, I_2, \dots, I_n$  совместно выполняют протокол генерации цифровой подписи для кодового слова  $J[r]$ , используя любую пороговую схему ЭЦП, например, схемы [3, 4].

Формируемые таким образом проверочные коды для преобразованного и распределенного по узлам РКС массива позволяют осуществлять контроль целостности массива, в том числе дистанционный. Такой контроль может совмещаться с процедурой восстановления информационного массива либо выполняться периодически во время хранения его на узлах РКС.

### 3. Полный контроль целостности массива

Полный контроль целостности может быть осуществлен путем тотальной проверки всех кодовых слов  $J[r]$ ,  $r = \overline{1, s}$ .

**Алгоритм 2** (полный контроль целостности преобразованного массива, распределенного по узлам РКС)

1. Положить  $i = 1$ ,  $r_i \equiv i$ .
2. Для считат  $\forall m = \overline{1, n}$  с УХД узла РКС блок данных  $[W_{I_m}^{\tilde{}}[r_i], \tilde{C}(W_{I_m}^{\tilde{}}[r_i]), \dots, \tilde{J}_m[r_i]]$  и вычислить  $\tilde{C}(W_{I_m}^{\tilde{}}[r_i])$  по алгоритму формирования контрольных кодов, принятому в системе.
3. Для  $\forall m = \overline{1, n}$  сравнить:  $\tilde{C}(W_{I_m}^{\tilde{}}[r_i]) \stackrel{?}{=} \tilde{C}(W_{I_m}^{\tilde{}}[r_i])$ . Если  $\exists m$ , для которого равенство не выполнено, то выдать сообщение о нарушении целостности блока данных с указанием значений  $m, r_i$ .
4. Если количество блоков, для которых равенство не выполнено, превышает  $t$ , то выдать сообщение о нарушении целостности массива с указанием значения  $r_i$ .
5. Используя алгоритм формирования  $(n, 2t)$ -кодов Рида — Соломона, получить  $J[r_i] = RS(C(W_{I_1}^{\tilde{}}[r_i]), C(W_{I_2}^{\tilde{}}[r_i]), \dots, C(W_{I_n}^{\tilde{}}[r_i]))$ .
6. Сравнить величины  $\tilde{J}_m[r_i]$ , считанные со всех узлов  $I_m$ ,  $m = \overline{1, n}$ . Если среди них есть несовпадающие, то принять за  $\tilde{J}[r_i]$  такое значение, которое встречается наибольшее число раз. Если таких значений оказалось несколько, то выдать сообщение о нарушении целостности массива с указанием значения  $r_i$ .
7. Сравнить найденную на шаге (5) величину с величиной, полученной на шаге (6):  $J[r_i] \stackrel{?}{=} \tilde{J}[r_i]$ . Если равенство не имеет места, то выполнить для  $\tilde{J}[r_i]$  алгоритм Берлекэмп — Мессис [5. С. 211–221] для отыскания локаторов ошибок  $\sigma_1, \dots, \sigma_u$ . Если  $u > 1$ , то выдать сообщение о нарушении целостности массива с указанием значения  $r_i$ . Если  $0 < u \leq 1$ , то выдать сообщение о нарушении целостности блоков с указанием  $\sigma_1, \dots, \sigma_u, r_i$ .
8. Проверить:  $i < s$ ? Если да, то положить  $i \leftarrow i + 1$  и перейти к шагу (1). В противном случае выдать подтверждение целостности массива.

*Конец алгоритма.*

Вероятность появления ошибки в декодированном символе кодов Рида — Соломона оценивается следующей величиной [6. С. 461]:



$$P_E \approx \frac{1}{2^m - 1} \sum_{v=t+1}^{2^m-1} v C_{2^m-1}^v p^v (1-p)^{2^m-1-v},$$

где  $p$  — вероятность появления ошибки в символе  $(n, 2t)$  кода Рида — Соломона, т. е. в данном случае в контрольном коде блока,  $m$  — длина каждого из  $C(W_X[r])$  в битах.

Приняв предположение о том, что все нарушения аутентичности вызваны деятельностью противника и происходят с интенсивностью  $\mu$ , получаем формулу для оценки вероятности необнаружения нарушений целостности фрагмента  $F[j]$ :

$$\beta(F[j], \lambda) = 1 - \left( 1 - \frac{1}{2^m - 1} \sum_{v=t+1}^{2^m-1} v C_{2^m-1}^v \left( 1 - e^{-\mu|\lambda|} \right)^v e^{-\mu|\lambda|(2^m-1-v)} \right)^s \quad (1)$$

где  $|\lambda|$  — длина временного интервала, для которого выполняется оценка, выраженная в условных единицах времени.

#### 4. Вероятностный контроль целостности массива

Процедура полного контроля целостности довольно трудоемка: алгоритм 2 требует  $sn$  вычислений контрольных кодов блоков данных и  $s$  вычислений кодовых слов  $(n, 2t)$  кода Рида — Соломона. И поэтому для периодического контроля целостности целесообразно применять вероятностный метод контроля: выборочно опробовать некоторые блоки данных и с определенной вероятностью делать вывод о целостности массива либо обнаруживать нарушение его целостности. Для разработки процедуры вероятностного контроля доказывается вспомогательное утверждение.

**Утверждение 1.** Пусть  $s$  — полное количество блоков данных, размещенных на каждом из узлов  $I_1, I_2, \dots, I_n$ . Пусть  $c$  — количество контролируемых блоков данных,  $c \leq s$ . Пусть  $d$  — количество блоков данных, разрушенных противником,  $d \leq s$ . Тогда вероятность  $P_{обн}$  того, что среди контролируемых блоков окажется хотя бы один, разрушенный противником, оценивается следующим выражением:

$$1 - \left( 1 - \frac{d}{s} \right)^c \leq P_{обн} \leq 1 - \left( 1 - \frac{d}{s-c+1} \right)^c \quad (2)$$

*Доказательство:* Обозначим через  $X$  случайную величину, которая равна количеству выбранных для контроля блоков, совпадающих с одним из блоков, разрушенных противником. Тогда:

$$P_{обн} = P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{s-d}{s} \cdot \frac{s-1-d}{s-1} \cdot \frac{s-2-d}{s-2} \cdot \dots \cdot \frac{s-(c-1)-d}{s-(c-1)} = 1 - \prod_{u=0}^{c-1} \left( 1 - \frac{d}{s-u} \right)$$

Поскольку всегда  $\frac{s-u-d}{s-u} \geq \frac{s-u-1-d}{s-u-1}$ , то отсюда непосредственно следуют верхняя и нижняя оценки:  $P_{обн} \geq 1 - \left( 1 - \frac{d}{s} \right)^c$  и  $P_{обн} \leq 1 - \left( 1 - \frac{d}{s-(c-1)} \right)^c$ .

Таким образом, утверждение доказано.

На рис. 2 приведены примеры графиков, показывающих величину  $P_{обн}$  при различных  $s, c, d$ . Исходя из анализа зависимостей, можно сделать следующее наблюдение: когда  $c$  и  $d$  выражены в процентах от общего количества блоков  $s$ , то нарушение целостности обнаруживается с определенной вероятностью при контроле фиксированного количества блоков, которое не зависит от общего количества блоков. Так, если  $d = 1\%$  от  $s$ , то для того, чтобы достичь вероятности  $P_{обн} = 99\%$ , необходимо опросить  $c = 460$  блоков, а чтобы достичь вероятности  $P_{обн} = 95\%$ , необходимо  $c = 300$  блоков.

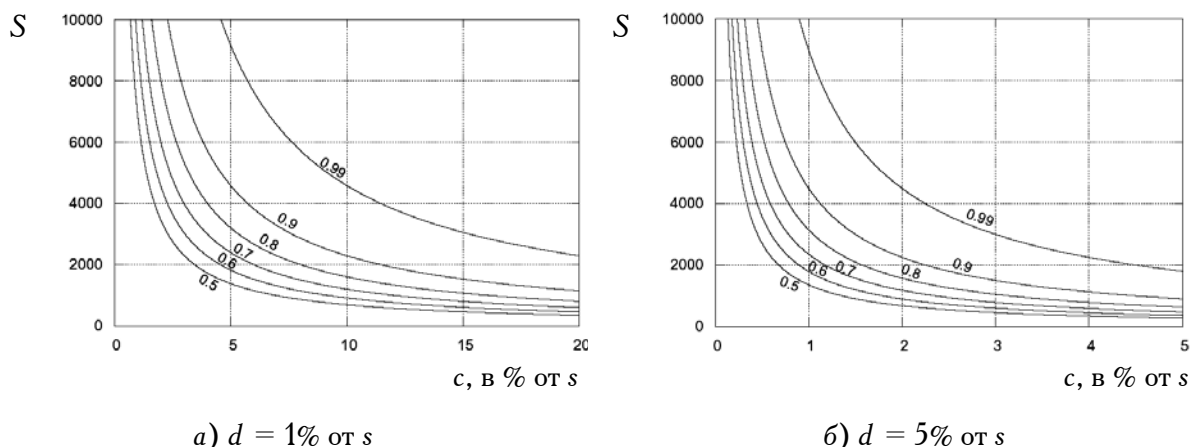


Рис. 2. Вероятности обнаружения нарушения целостности массива в зависимости от его длины и числа контролируемых блоков

Из выражения (1) следует, что если задана вероятность  $P_{обн}$ , известен интервал времени  $\lambda$  и интенсивность атак противника  $\mu$ , то необходимое количество контролируемых блоков определяется по формуле:

$$c = \left\lceil \frac{\ln(1 - P_{обн})}{\ln(1 - \mu|\lambda|/s)} \right\rceil \quad (3)$$

**Алгоритм 3** (вероятностный контроль целостности преобразованного массива, распределенного по узлам РКС)

1. Задать  $P_{обн}$ , найти  $c$  по формуле (3) и выбрать случайные числа  $r_1, r_2, \dots, r_c \in Z$  такие, что  $1 \leq r_l \leq s$  для  $\forall l = 1, c$ .
2. Положить  $i = 1$ .
3. Выполнить шаги (2) – (7) алгоритма 3.
4. Проверить:  $i < c$ ? Если да, то положить  $i \leftarrow i + 1$  и перейти к шагу (3). В противном случае выдать подтверждение целостности массива и завершить работу алгоритма.

Конец алгоритма.

Из утверждения 1 и формул (1), (2) следует, что алгоритм 3 обнаруживает нарушения целостности с вероятностью:

$$P = \max\{P_{обн}; \beta(F[j], \lambda)\}.$$

Пусть  $t$  – порог допустимого количества утрат УХД, зависящий от алгоритмов  $A$  и  $A^{-1}$ . Если алгоритмы 2 и 3 не обнаруживают нарушений целостности массива, и существует не менее  $t$  узлов  $I_m$ , таких, что для  $\forall r = 1, s$  не было обнаружено нарушений целостности блоков  $W_l[r]$ , то массив гарантированно может быть восстановлен по алгоритму  $A^{-1}$ . Если же таких узлов  $I_m$  менее  $t$ , то для восстановления такого сильно поврежденного массива необходимо составить карту размещения поврежденных блоков и для  $\forall r = 1, s$  отыскивать такие подмножества узлов  $X \subseteq \{I_1, \dots, I_n\}$ ,  $|X| \geq n - t$  которые содержат неповрежденные блоки  $W_l[r]$ , где  $I_x \in X$ , и из них по отдельности восстанавливать последовательность блоков  $\vec{V}[r] = (V_r, \dots, V_{r+k})$ . Если для какого-либо  $r$  ни одного такого множества  $X$  не существует, то массив не может быть восстановлен.

### Заключение

В статье сформулирована и решена задача контроля целостности информационных ресурсов при распределенном способе их хранения. Как показано в работе, в общем случае при распределенном хранении осуществляется биективное преобразование между прообразом – исходным информационным массивом



— и его образом — множеством блоков данных, которые сохраняются на носителях сетевых устройств хранения данных. Разработана система алгоритмов, предназначенных для решения поставленной задачи, а именно:

- алгоритм формирования проверочных кодов совокупности размещенных на узлах РКС блоков данных;
- алгоритм полного контроля целостности преобразованного массива, распределенного по узлам РКС;
- алгоритм вероятностного контроля целостности преобразованного массива, распределенного по узлам РКС.

Для каждого из двух способов контроля — полного и вероятностного — найдены вероятности необнаружения несанкционированных изменений массива (нарушений его целостности). Результаты работы нашли применение при разработке алгоритмического и протокольного обеспечения системы криптографической защиты информации, стойкой к частичному разрушению ключевой системы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Запечников С. В. Живучесть систем защиты информации как фактор обеспечения информационной и функциональной безопасности распределенных компьютерных систем // Безопасность информационных технологий. 2005. № 4. С. 8–17.
2. Вернер М. Основы кодирования / Пер. с нем. М.: Техносфера, 2006.
3. Запечников С. В. Пороговые схемы цифровой подписи на основе ГОСТ Р 34.10–94 // Безопасность информационных технологий. 2001. № 3. С. 45–51.
4. Архангельская А. В., Запечников С. В. Схемы цифровой подписи на основе алгоритмов ГОСТ Р 34.10–2001 с применением аппарата парных отображений // Известия ТРТУ. 2006. № 7 (62). С. 194–201.
5. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки / Пер. с англ. М.: Мир, 1986.
6. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. 2-е изд., испр. / Пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2003.